ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HẢI NHƯ

MỘT THUẬT TOÁN TÌM NGHIỆM TỐI ƯU CỦA BÀI TOÁN QUY HOẠCH SONG TUYẾN TÍNH

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HOC

NGUYỄN THỊ HẢI NHƯ

MỘT THUẬT TOÁN TÌM NGHIỆM TỐI ƯU CỦA BÀI TOÁN QUY HOẠCH SONG TUYẾN TÍNH

Chuyên ngành: TOÁN ỨNG DỤNG
Mã số: 60.46.01.12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
GS. TS. TRẦN VŨ THIỆU

Thái Nguyên - Năm 2017

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn tới GS.TS Trần Vũ Thiệu, người đã định hướng chọn đề tài và tận tình hướng dẫn, cho tôi những nhận xét quý báu để tôi có thể hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới phòng Sau Đại học, các thầy cô giáo dạy cao học chuyên ngành Toán ứng dụng trường Đại học Khoa Học - Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Nhân dịp này tôi cũng xin gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn động viên, cổ vũ, tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Thái Nguyên, tháng 6 năm 2017

Người viết luận văn

Nguyễn Thị Hải Như

Mục lục

Một số ký hiệu viết tắt

$\mathbb{R}$	Tập số thực hay đường thẳng thực.
$\mathbb{R}^n$	Không gian Euclid n chiều.
$\mathbb{R}^{m\times n}$	Tập các ma trận thực cấp $(m \times n)$.
$x \in C$	x thuộc tâp C (x là một phần tử của tập C).
$\emptyset$	Tập rỗng (Tập không chứa phần tử nào).
$C \cup D$	Hợp của tập C và tập D.
$C \cap D$	Giao của tập C và tập D.
$C \subset D$	C là tập con của tập D.
$C \subseteq D$	C là tập con (có thể bằng) của tập D.
$x^T y$	Tích vô hướng cuả x và y.
$x_0, x_1, x_2, ..., x_n$	Các tọa độ của điểm hay thành phần của véctơ x
(cùng chỉ số dưới).	
x_1, x_2, x_3	Liệt kê các véctơ có cùng số chiều (cùng chỉ số trên).
A^T	Ma trận chuyển vị của ma trận A.
A^{-1}	Ma trận nghịch đảo của ma trận A.

Mở đầu

Hàm $f(x, y)$ được gọi là một *hàm song tuyến tính* (bilinear function) nếu nó là hàm tuyến tính khi cố định véctơ biến x hay véctơ biến y ở một giá trị cụ thể. Tổng quát, hàm song tuyến tính có dạng:

$$f(x, y) = a^T x + x^T Q y + b^T y,$$

trong đó $a,\ x \in \mathbb{R}^n,\ b,\ y \in \mathbb{R}^m$ và Q là ma trận cấp $n \times m$. Có thể thấy hàm song tuyến tính là một trường hợp riêng của hàm toàn phương và hàm song tuyến tính nói chung không lồi, cũng như không lõm.

Bài toán cực tiểu một hàm song tuyến tính với các ràng buộc tuyến tính đối với các biến x và biến y được gọi là một *quy hoạch song tuyến tính* (bilinear programming problem). Như vậy, có thể xem quy hoạch song tuyến tính là một bài toán quy hoạch toàn phương đặc biệt.

Quy hoạch song tuyến tính có nhiều ứng dụng đa dạng trong các bài toán trò chơi ma trận có ràng buộc, bài toán bù tuyến tính và bài toán phân việc 3-chiều. Đáng chú ý là bài toán quy hoạch lõm, tuyến tính từng khúc và các bài toán luồng trên mạng với phụ phí cố định (rất quen thuộc trong quản lý các chuỗi cung ứng) cũng có thể giải nhờ dùng cách diễn đạt song tuyến tính (xem [4]).

Luận văn xét bài toán quy hoạch song tuyến tính, ký hiệu là (BP):

$$\min_{x\in X,\ y\in Y} f(x,y) = a^T x + x^T Q y + b^T y, \qquad (BP)$$

trong đó $X,\ Y$ là các tập lồi đa diện, khác rỗng.

Có nhiều thuật toán khác nhau để giải (BP). Luận văn tìm hiểu và trình bày một thuật toán cơ bản, nêu ở tài liệu [3] để giải bài toán.

Để hiểu rõ bài toán quy hoạch song tuyến tính và thuật toán sẽ trình bày, luận văn nhắc lại một số kiến thức tối ưu có liên quan: đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính, bài toán quy hoạch lõm và tính chất, bài toán tối ưu toàn cục, ... Các kiến thức cơ bản về quy hoạch song tuyến sẽ được nêu ở chương 1 của luận văn.

Nội dung chính của luận văn là thuật toán [3] giải quy hoạch song tuyến tính: các bước thuật toán, sự hội tụ của thuật toán và ví dụ minh họa thuật toán. Các nội dung này sẽ được trình bày chi tiết ở chương 2 của luận văn.

Luận văn được viết dựa chủ yếu trên các tài liệu tham khảo [1] - [6] hiện có và gồm hai chương:

Chương 1: Bài toán quy hoạch song tuyến tính nhắc lại các kiến thức về đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính, bài toán quy hoạch lõm với ràng buộc tuyến tính, khái niệm hàm lõm (hàm tựa lõm) và tính chất cơ bản của hàm lõm. Tiếp đó, giới thiệu bài toán quy hoạch song tuyến tính, tính chất nghiệm của bài toán và mối liên hệ với bài toán cực tiểu hàm lõm, tuyến tính từng khúc. Cuối chương giới thiệu "thuật toán xuống núi" tìm nghiệm cực tiểu địa phương của bài toán quy hoạch song tuyến tính và đưa ra ví dụ minh họa thuật toán.

Chương 2: Thuật toán giải bài toán quy hoạch song tuyến tính trình bày thuật toán được nêu ở tài liệu tham khảo [3] để giải bài toán quy hoạch song tuyến tính. Thuật toán này biến đổi bài toán ban đầu về bài toán tối ưu trên một tập không lồi và giải bài toán đó, dựa trên điều kiện tối ưu cần và đủ đưa ra và chứng minh sự hội tụ về nghiệm đúng của bài toán quy hoạch song tuyến tính ban đầu. Thuật toán trình bày được minh họa bằng ví dụ số cụ thể.

Chương 1

Bài toán quy hoạch song tuyến tính

Chương này nhắc lại các kết quả về đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính, bài toán quy hoạch lõm ràng buộc tuyến tính. Tiếp đó đề cập tới bài toán quy hoạch song tuyến tính, tính chất nghiệm bài toán và mối liên hệ với bài toán cực tiểu hàm lõm, tuyến tính từng khúc. Cuối chương nêu thuật toán tìm cực tiểu địa phương của bài toán. Nội dung của chương được tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [5] - [6].

1.1 Đối ngẫu trong quy hoạch tuyến tính

A. Trong quy hoạch tuyến tính người ta hay xét hai dạng bài toán sau đây.

• **Dạng chuẩn tắc:**

$$min\left\{f\left(x\right) \ = \ c^{T}x \ : \ Ax \ \geqslant \ b, \ x \ \geqslant \ 0\right\},$$

Trong đó $A \in \mathbb{R}^{m\times n}, b \in \mathbb{R}^{n}, x \geqslant 0$ có nghĩa $x \in R^{n}_{+}$. Trong bài toán này tập ràng buộc $D = \{x \in \mathbb{R}^{n}$: Ax $\geqslant$ b, x $\geqslant 0\}$ là một tập lồi đa diện.